4. cvičení - Extrémy funkcí

Příklad 1. Nalezněte supremum a infimum funkce f na množině M a určete, zda a případně kde se jich nabývá.

(a) $f(x,y) = e^x$ a $M = \{[x,y] \in \mathbb{R}^2; x^2 + 2y^2 \le 1\}$.

(b) $f(x,y) = x$ a $M = \{[x,y] \in \mathbb{R}^2; x \in [0,2], y \in [0,1], 2x + y \le 2\}$.

(c) $f(x,y) = x^2 + y^2$ a $M = \{[x,y] \in \mathbb{R}^2; x^2 + 4y^2 = 1\}$.

(d) $f(x,y,z) = (x+y)^2 + (x-y)^2 + z$ a $M = [-1,1]^3$.

(e) $f(x,y) = x^2 + 12xy + 2y^2$ a $M = \{[x,y] \in \mathbb{R}^2; 4x^2 + y^2 = 1\}$.

(f) $f(x,y) = (x^2+y^2)e^{-(x^2+y^2)}$ a $M = \mathbb{R}^2$.

(g) $f(x,y) = (x+y)e^{-2x-3y}$ a $M = \{[x,y] \in \mathbb{R}^2; x \ge 0, y \ge 0\}$.

(h) $f(x,y) = (x+y)e^{-2x-3y}$ a $M = \{[x,y] \in \mathbb{R}^2; x > 0, y > 0\}$.

(i) $f(x,y) = (x^2+5y^2)e^{-(3x^2+y^2)}$ a $M = \mathbb{R}^2$.

Příklad 2 (Bez vzorového řešení)**.** Nalezněte supremum a infimum funkce f na množině M a určete, zda a případně kde se jich nabývá.

(a) $f(x,y) = \sin x \cdot \sin y$ a $M = \{[x,y] \in \mathbb{R}^2; x + y = \frac{\pi}{2}\}$.

(b) $f(x,y) = x^2 - 2y^2 + 4xy - 6x - 1$ a $M = \{[x,y] \in \mathbb{R}^2; x \ge 0, y \ge 0, y \le 3 - x\}$.

(c) $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 4y - 6z$ a $M = \mathbb{R}^3$.

(d) $f(x,y) = x + y$ a $M = \{[x,y] \in \mathbb{R}^2; x^2 + y^2 \le 1\}$.

(e) $f(x,y) = xy^6$ a $M = \{[x,y] \in \mathbb{R}^2; x^6 + y^6 \le 64, x \le 1\}$.

(f) $f(x,y) = \frac{x}{a} + \frac{y}{b}$ a $M = \{[x,y,z] \in \mathbb{R}^2; x^2 + y^2 \le 1\}, 0 < a, b$.

(g) $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2$ a $M = \{[x,y,z] \in \mathbb{R}^3; \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} \le 1\}, 0 < c < b < a$.